

# Enseigner la géométrie en CE2-CM1-CM2

---

Dorianne LEOTHAUD

[dorianne.leothaud@u-bourgogne.fr](mailto:dorianne.leothaud@u-bourgogne.fr)

Professeure de mathématiques – INSPE de Dijon

# Pourquoi une formation sur la géométrie ?

---

## *Du côté des M2...*

- « c'est **difficile à corriger**, dans le sens où quand on a les élèves, par exemple, quand on apprend à faire des tracés, c'est compliqué de savoir quel niveau de compétence on attribue, **savoir si c'est juste ou non**, ce que l'on tolère comme écart ou non... je me sens démunie »
- « **quand je corrige, c'est long**, par exemple, des droites parallèles et perpendiculaires, il faut sortir tout le matériel et ça prend du temps de **vérifier chaque construction** »
- « pour être certains que ce soit compris, **il faudrait observer chaque élève** et l'utilisation qu'ils font des **outils** »

## *Pour eux, du côté des élèves..*

- « la géométrie, ça leur fait **peur aux élèves** »
- « **il faut être précis**, ils ne comprennent pas l'intérêt d'être précis : ils savent faire un carré mais leur équerre a bougé et ils me disent : ben, c'est pas grave... »
- « **ils voient moins la finalité** que pour les calculs : poser une opération, quand c'est juste, ils sont contents mais faire un carré, ils disent : et alors ? »
- « **ils ne comprennent pas les outils** : une règle ça suffit pour faire un carré (graduation), ils tournent juste la règle... »
- « il faut **s'imaginer la figure avant de la tracer**, et c'est difficile (pour voir la place) ».

*Les étudiants insistent sur la nécessité de la rigueur du tracé, la définition et l'utilisation des instruments. Aucune mention de langage.*

# Pourquoi une formation sur la géométrie ?

DOMAINE D'ACTIVITÉS ou DISCIPLINE : Mathématiques				
TITRE de la séquence : Le cercle	SÉANCE N° 3 TITRE de la séance : Exercices pour apprendre à tracer au compas		NIVEAU : CM1-CM2	PILIER DU SOCLE : 1 - 2 - 4
OBJECTIFS SPÉCIFIQUES DE LA SÉANCE : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Continuer à s'approprier le vocabulaire géométrique relatif au cercle. Exemple : nommer différents éléments d'un cercle : "rayon" ; "diamètre" ; "centre".</li> <li>- Utiliser un compas.</li> <li>- Savoir tracer un cercle.</li> </ul>			COMPÉTENCE(S) VISÉE(S) : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconnaître</li> <li>- Nommer</li> <li>- Reproduire</li> </ul>	
PRÉREQUIS : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître le vocabulaire du cercle : "rayon", "diamètre" et "centre".</li> </ul>			Ce sont les élèves qui corrigent les questions. Ils devront définir ce qu'est un centre, un rayon et un diamètre.	
DESCRIPTION DES PHASES DE LA SÉANCE				
DÉROULEMENT ACTIVITÉS PRÉVUES	DURÉE	CONSIGNES (distinction tâche/activité)	Passation des consignes et mise en groupe <ul style="list-style-type: none"> <li>- La classe sera divisée en deux, d'un côté les CM1 et de l'autre les CM2.</li> <li>- Les distributeurs donnent des feuilles blanches à l'ensemble de la classe.</li> </ul>	
<p><b>RAPPEL</b></p> <p>Projection de l'exercice 1 au tableau. Il va permettre de réactiver les connaissances apprises lors des deux dernières séances.</p> <p>Le <b>centre</b> d'un cercle est le point situé à la même distance de tous les points du cercle.  Un <b>rayon</b> est un segment joignant le centre du cercle, et un point du cercle.  Un <b>diamètre</b> est une corde passant par le centre du cercle.  La longueur du rayon est la <b>moitié</b> de celle du diamètre.</p>	40 min	<p>"On va continuer notre travail de géométrie sur le cercle. Prenez votre cahier de mathématiques, tracez un trait au crayon de papier et écrivez la date du jour."</p>		
	5 min	<p>"On va commencer par la correction de l'exercice 1. Cela va nous permettre de retravailler le vocabulaire important. Prenez votre stylo vert pour corriger."</p>	5 min	<p>"Maintenant, qu'on a revu le vocabulaire important. On va retravailler le tracé au compas. Comme la dernière fois, on va diviser la classe en deux. Je vais commencer avec les CM1. Pendant que les CM2 feront des exercices en autonomie."</p>

# Qu'est-ce que la géométrie ?

## Comment participer ?



1

Allez sur [wooclap.com](https://www.wooclap.com)

2

Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur

Code d'événement

**EHQLEJ**



1

Envoyez **@EHQLEJ** au **06 44 60 96 62**

2

Envoyez votre réponse au même numéro

 Désactiver les réponses par SMS

<https://app.wooclap.com/EHQLEJ?from=instruction-slide>



# Qu'est-ce que la géométrie ?

---

« Nous dirions aujourd'hui que la géométrie part du monde sensible pour le constituer en monde géométrique, celui des points, des droites, des cercles, des sphères, des courbes, des surfaces et des volumes, etc. »

*Y. Chevallard, « Autour de l'enseignement de la géométrie au collège », Petit x, IREM de Grenoble, 1991*

# Quels buts pour l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et au collège ?

---

- développer la « vision dans l'espace »
- apprendre à raisonner
- initier aux aspects culturels
- connaître quelques utilisations courantes et professionnelles

# Que veut-on que les élèves apprennent en géométrie ?

## Comment participer ?



 **1** Allez sur [wooclap.com](https://www.wooclap.com)

**2** Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur

Code d'événement  
**EHQLEJ**

 **1** Envoyez [@EHQLEJ](#) au **06 44 60 96 62**

**2** Envoyez votre réponse au même numéro

Désactiver les réponses par SMS

<https://app.wooclap.com/EHQLEJ?from=instruction-slide>





# Que veut-on que les élèves apprennent en géométrie ?

---

Pour les enseignants :

- maniements des instruments
- précision des tracés
- vocabulaire spécifique

# Comment peut-on articuler l'apprentissage des élèves en géométrie ?

---

3 types d'apprentissages :

- apprentissages de type **topologiques**
- apprentissages qui relèvent de **l'eulidien**
- apprentissages liés à la perspective, ce qu'on appelle la géométrie **projective**

# Plan

---

1. Géométrie à enseigner
2. Géométries pour enseigner
3. Difficultés d'apprentissage de la géométrie
4. Stratégies d'enseignement
  - a. Quelle construction des représentations graphiques ?
  - b. Quelles fonctions pour le langage géométrique ? Comment introduire le vocabulaire ?

# Place dans les programmes

Cycle 2	Cycle 3
<p>« les élèves acquièrent à <i>la fois des connaissances spatiales</i> comme l'orientation et le repérage dans l'espace et <i>des connaissances géométriques</i> sur les solides et sur les figures planes. »</p> <p>« Les compétences et connaissances attendues en fin de cycle se construisent à partir <b>de manipulations et de problèmes concrets...</b> »</p>	<p>« les activités permettent aux élèves de <b>passer progressivement d'une géométrie où les objets</b> (le carré, la droite, le cube, etc.) <b>et leurs propriétés</b> sont <i>essentiellement contrôlés par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant, pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation s'appuie sur le raisonnement et l'argumentation.</i> »</p>

Ressources : extraits de <https://eduscol.education.fr/84/j-enseigne-au-cycle-2>  
et <https://eduscol.education.fr/87/j-enseigne-au-cycle-3>

# Place dans les programmes

---

- Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. Elles sont aussi une occasion de fréquenter de nouvelles représentations de l'espace (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus, etc.).
- En complément de l'usage du papier, du crayon et de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits.
- De même, des activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans, etc.

Ressource : extrait du programme du cycle 3 en vigueur à la rentrée 2023 - <https://eduscol.education.fr/87/j-enseigne-au-cycle-3>

# Place dans les programmes

---

- L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction qui sera poursuivie au cycle 4.
  - La verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés est encouragée et valorisée en toute situation et accompagne le recours à l'écrit.
- Ressource : extrait du programme du cycle 3 en vigueur à la rentrée 2023 - <https://eduscol.education.fr/87/j-enseigne-au-cycle-3>

# Attendus de fin d'année

CE2	CM1 – CM2
(Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations	(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou <b>en élaborant</b> des représentations
Reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides	Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, <b>représenter, construire des solides</b> et figures géométriques
Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques - Reconnaître et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie	Reconnaître et <b>utiliser quelques relations géométriques</b> - Relations de perpendicularité et de parallélisme, symétrie axiale



# Des apprentissages du CP au CM2 – cycle 2

## ESPACE ET GÉOMÉTRIE

*Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.*

### (Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations

Les élèves représentent des lieux et codent des déplacements se situant dans la classe en mode débranché (passage par le papier/crayon, par le corps en activité de motricité), puis dans l'environnement de l'école.	Les élèves représentent des lieux et codent des déplacements se situant dans le quartier proche.  Ils représentent des lieux et codent en mode débranché des déplacements se situant dans le quartier proche.	Les élèves représentent des lieux et codent des déplacements se situant dans un quartier étendu ou dans le village.  Ils représentent des lieux et codent en mode débranché des déplacements se situant dans un quartier étendu ou dans le village.
Dès le CP ou le CE1, les élèves codent des déplacements à l'aide d'un logiciel de programmation adapté.	Les élèves consolident le codage des déplacements à l'aide d'un logiciel.  Ils comprennent et produisent des algorithmes simples pour la programmation des déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran (par exemple une succession de flèches parmi : aller à gauche, aller à droite, tourner à gauche, tourner à droite). Ils continuent à jouer physiquement ces situations dans l'espace concret avec des propositions variées.	

### Reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides

Les élèves fréquentent régulièrement les solides, en passant d'une approche perceptive à une approche analytique.  Ils reconnaissent des solides variés (cube, pavé droit, boule, cône, cylindre, pyramide), dans un ensemble de solides fournis par le professeur ou dans leur environnement proche. Ils décrivent le cube et le pavé droit en utilisant les termes face et sommet et en décrivant leurs faces (carré ; rectangle).	Les élèves apprennent à nommer ces solides (cube, pavé droit, boule, cône, cylindre, pyramide) et à les décrire en utilisant le vocabulaire adapté (face, sommet, arête).  Ils construisent un cube avec des carrés ou avec des tiges que l'on peut assembler.	Les élèves nomment et décrivent les solides découverts aux CP et CE1.  Ils approchent la notion de patron du cube (par exemple, déplier une boîte cartonnée).
--	--	---

## ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

### Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques

Les propriétés géométriques sont engagées progressivement dans la reproduction et la description de figures (alignement, report de longueur sur une droite et égalités de longueur en début de cycle, puis angle droit en milieu de cycle).		
Les élèves reproduisent un carré, un rectangle et un triangle ou des assemblages de ces figures sur du papier quadrillé ou pointé, sans règle ou avec une règle.	Les élèves consolident la reproduction d'un carré, un rectangle et un triangle, sur un support uni (une feuille blanche par exemple), connaissant la longueur des côtés, avec règle et équerre.  Les élèves construisent des cercles sans contraintes, avec un instrument tel qu'une ficelle ou un compas.	Les élèves consolident la construction d'une figure géométrique sur tout support, quelles que soient la longueur des côtés.  Les élèves construisent des cercles à partir du centre et du rayon à partir du centre et du diamètre.
<b>Reconnaître et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie</b>		
L'utilisation des instruments se fait graduellement.		
Les élèves utilisent la règle comme un outil de tracé de segment.  Ils utilisent la règle graduée comme un outil de mesure ou de report de longueur.	Les élèves consolident l'utilisation de la règle graduée comme outil de mesure et de report de longueur.  Les élèves utilisent l'équerre pour tracer ou reconnaître des angles droits.  Ils utilisent le compas pour tracer des cercles.	Les élèves consolident l'utilisation de la règle graduée, de l'équerre et du compas.  Ils peuvent aborder le report de longueur sur une droite déjà tracée, avec le compas.
<b>La symétrie</b>		
Les élèves perçoivent des éléments symétriques dans leur environnement proche de l'école.	Les élèves consolident la perception d'éléments symétriques.  Ils reconnaissent si une figure présente un axe de symétrie (à trouver), visuellement et/ou en utilisant du papier calque, des découpages, des pliages.	Les élèves complètent une figure pour qu'elle soit symétrique par rapport à un axe donné.

# Des apprentissages du CP au CM2 – cycle 3

## ESPACE ET GÉOMÉTRIE

le, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou toute la classe au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau.

### Les apprentissages spatiaux

l'initiation du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux, en une, deux ou trois dimensions, se réalisent à partir de problèmes de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes...) ou numériques.

### Initiation à la programmation

À partir du cycle 2, les élèves apprennent à programmer le déplacement d'un personnage sur un plan. Ils peuvent compléter de tels programmes, puis ils apprennent à corriger un programme erroné. Ils peuvent eux-mêmes des programmes permettant d'obtenir des déplacements d'objets ou de personnages. Les déplacements correspondent à des déplacements absolus (liés à l'environnement : « aller vers la droite », « aller vers la gauche », « aller vers la fenêtre ») ou relatifs (liés au personnage : « tourner d'un quart de tour à gauche »).

### Les apprentissages géométriques

Les élèves apprennent à reconnaître et nommer un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un losange, ainsi qu'à les décrire à partir des propriétés de leurs côtés. Ils tracent avec l'équerre la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné qui peut être extérieur à la droite. Ils tracent la droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné. Ils apprennent à construire, pour un cube de dimension donnée, des patrons différents. Ils apprennent à reconnaître, parmi un ensemble de patrons et de faux patrons donnés, ceux qui correspondent à un solide donné : cube, pavé droit, pyramide.

La construction de figures géométriques de simples à plus complexes, permet d'amener les élèves vers la répétition d'instructions. Ils peuvent commencer à programmer, seuls ou en équipe, des saynètes impliquant un ou plusieurs personnages interagissant ou se déplaçant simultanément ou successivement.

Les élèves sont confrontés à la nécessité de représenter une figure à main levée avant d'en faire un tracé instrumenté. C'est l'occasion d'instaurer un codage de la figure à main levée (au fur et à mesure, égalités de longueurs, perpendicularité, égalité d'angles). Les figures étudiées sont de plus en plus complexes et les élèves les construisent à partir d'un programme de construction. Ils utilisent si possible les cas des figures à main levée, les construisent avec instruments et l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique. Ils définissent et différencient le cercle et le disque. Ils réalisent des patrons de pavés droits. Ils travaillent sur des assemblages de solides simples.

## ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

### Le raisonnement

Le raisonnement géométrique et les propriétés élémentaires des figures sont articulés tout au long du cycle.

On appuie sur différents types de codage : constituant la figure (signe de l'angle droit, mesure, coloriage...); relatif à la figure (couleur, épaisseur, pointillés, trait à main levée...); traduisant une propriété implicite (appartenance ou non appartenance, symétrie).

On s'appuie sur l'utilisation des codages géométriques (quadrillage, papier à réseau pointé, papier millimétré).

On utilise dès le début des objets, des relations et des propriétés des figures planes pour tendre vers le raisonnement hypothético-déductif. Il s'agit de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale.

Tout le long de l'année se poursuit le travail entrepris au CM2 visant à faire évoluer la perception qu'ont les élèves des activités géométriques (passer de l'observation et du mesurage au codage et au raisonnement). On s'appuie sur l'utilisation des codages géométriques. Les élèves utilisent les propriétés relatives aux droites parallèles ou perpendiculaires par la méthode de construction d'une parallèle à l'aide de la règle et de l'équerre, et établissent des relations de perpendicularité ou de parallélisme entre droites.

Ils complètent leurs acquis sur les propriétés des figures par celles sur les diagonales et les angles. Dès que l'étude de la symétrie est suffisamment avancée, ils utilisent les propriétés de construction de la figure symétrique ou pour répondre à des problèmes de longueur, d'angle, d'aire ou de périmètre sans recourir à une vérification instrumentée.

## ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

### Le vocabulaire et les notations

Tout au long du cycle, les notations (AB), [AB], ]AB], AB, sont toujours précédées du nom de l'objet qu'elles désignent : droite (AB), demi-droite ]AB], segment [AB], longueur AB. Les élèves apprennent à utiliser le symbole d'appartenance (∈) d'un point à une droite, une demi-droite ou un segment. Le vocabulaire utilisé est le même qu'en fin de cycle 2 : côté, sommet, angle, angle droit, face, arête, milieu, droite, segment. Les élèves commencent à rencontrer la notation « segment [AB] » pour désigner le segment d'extrémités A et B mais cette notation n'est pas exigible ; pour les droites, on parle de la droite « qui passe par les points A et B », ou de « la droite d ».

### Les instruments

Tout au long de l'année, les élèves utilisent la règle graduée ou non graduée ainsi que des bandes de papier à bord droit pour reporter des longueurs. Ils utilisent l'équerre pour repérer ou construire un angle droit. Ils utilisent aussi d'autres gabarits d'angle ainsi que du papier calque. Ils utilisent le compas pour tracer un cercle, connaissant son centre et un point du cercle ou son centre et la longueur d'un rayon, ou bien pour reporter une longueur. Le travail sur les angles se poursuit, notamment sur des fractions simples de l'angle droit (ex : un « demi angle droit », « un tiers d'angle droit », « l'angle plat comme la somme de deux angles droits »). Les élèves doivent comprendre que la mesure d'un angle (« l'ouverture » formée par les deux demi-droites) ne change pas lorsque l'on prolonge ces demi-droites. Les élèves se servent des instruments (règle, équerre, compas) pour reproduire des figures simples, notamment un triangle de dimensions données. Cette utilisation est souvent combinée à des tracés préalables codés à main levée. Ils utilisent le rapporteur pour mesurer et construire des angles. Dès que le cercle a été défini, puis que la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment est connue, les élèves peuvent enrichir leurs procédures de construction à la règle et au compas.

# Les composantes des savoirs géométriques au cycle 3

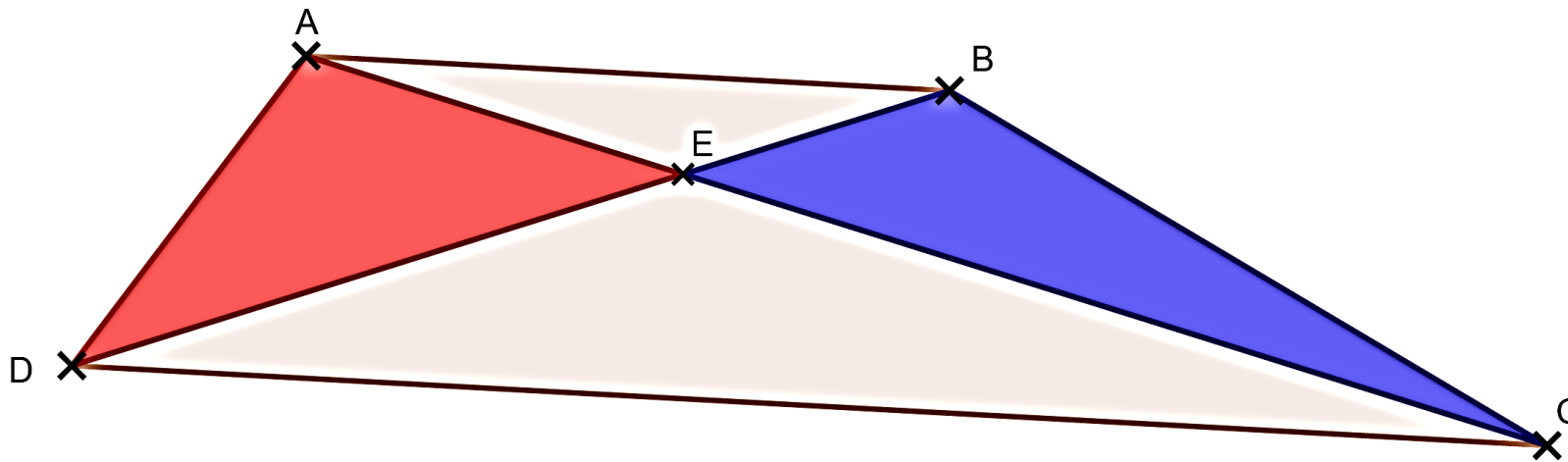
---

- **Connaissances spatiales** : elles sont liées à l'expérience motrice et sensible.
- **Connaissances géométriques** : elles portent sur des objets idéaux mais ayant des représentations dans l'environnement familier des élèves.

# Plusieurs géométries

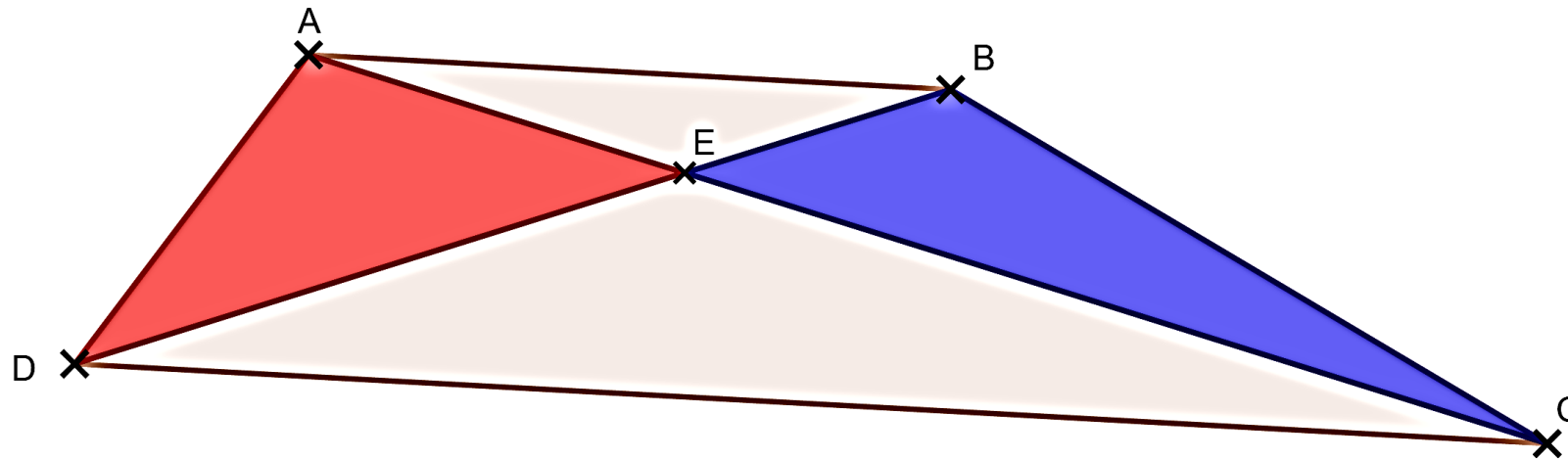
## Un exemple : calcul d'aires dans un trapèze

Montrer que les triangles AED et BEC ont la même aire.



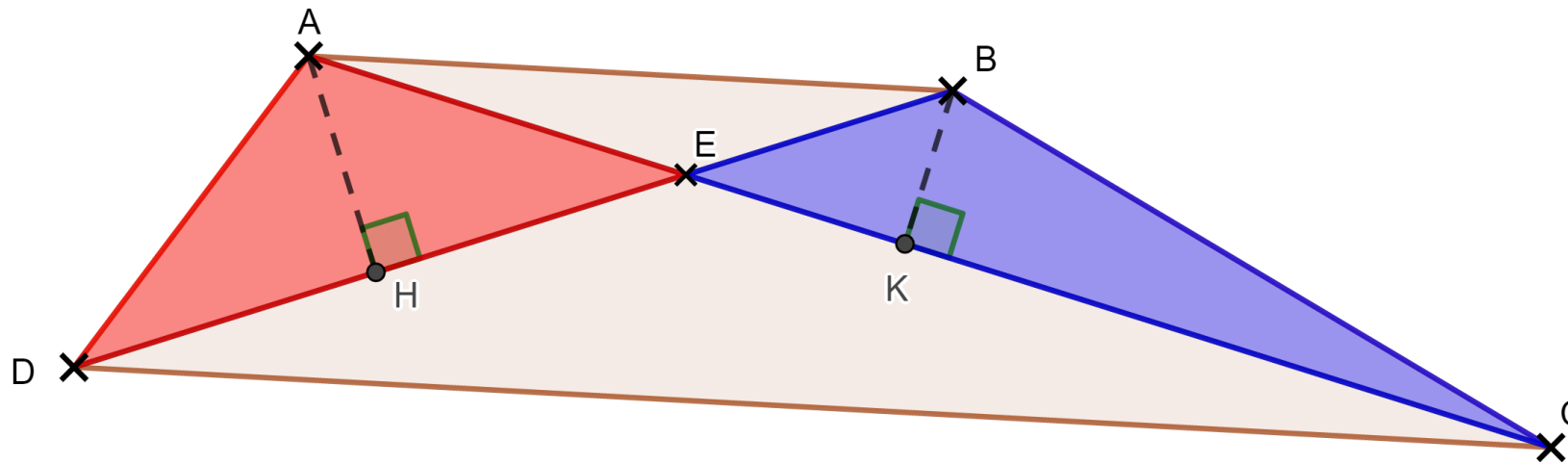
# Plusieurs géométries

**Première méthode : on découpe et on colle...**



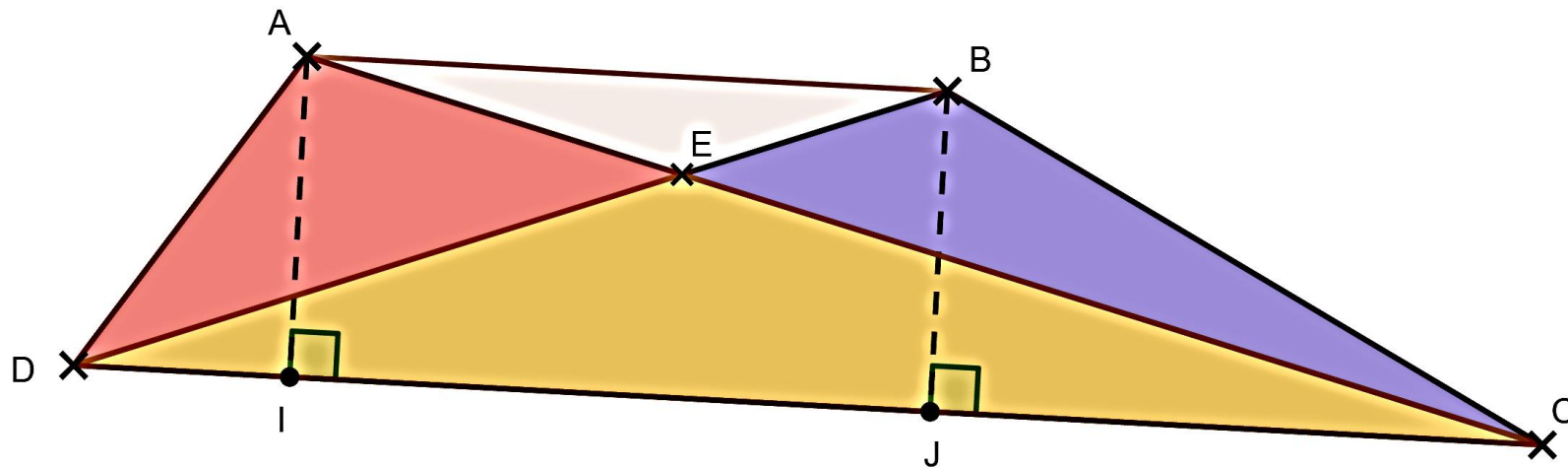
# Plusieurs géométries

**Deuxième méthode : on trace, on mesure, on calcule...**



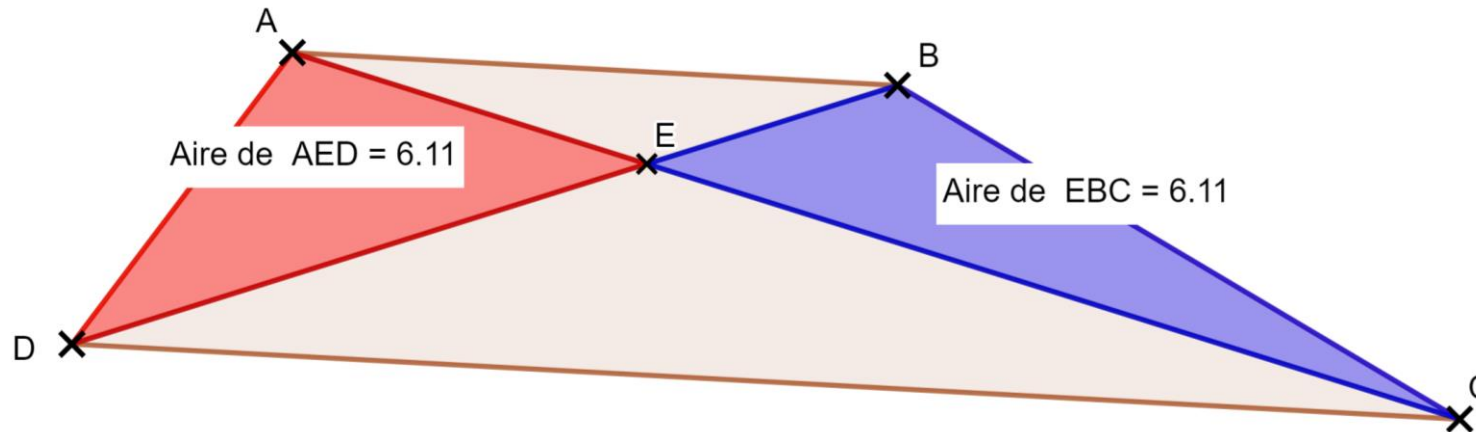
# Plusieurs géométries

**Troisième méthode** : on utilise des propriétés géométriques



# Plusieurs géométries

**Quatrième méthode : on utilise un outil numérique**





# Plusieurs niveaux, plusieurs géométries

- selon la nature des objets : objets physiques, dessins, figures
- selon les modes de validation : perception globale, instrumentée ou raisonnement
- selon le langage utilisé

	Géométries non axiomatiques		Géométries axiomatiques	
Type de géométrie	Géométrie concrète, G0	Géométrie spatio-graphique, G1	Géométrie proto-axiomatique, G2	Géométrie axiomatique, G3
Objets	Physiques	Physiques et graphiques (dessins)	Théoriques (figures)	Théoriques
Validation	Perception globale (je vois/je sens)	Perception instrumentée (je vois et je vérifie)	Raisonnement déductif (je démontre)	Raisonnement hypothético-déductif
Cycle	Cycle 1	Cycle 2, cycle 3	(cycle 3), collège	Collège, lycée, université

# Plusieurs niveaux, plusieurs géométries

---

En résumé, l'enseignement de la géométrie repose sur :

- Une **approche concrète** de l'espace
- Une géométrie s'appuyant sur des **situations concrètes modélisées par des représentations des objets** (dans le domaine spatio-graphique)
- Une **géométrie théorique**

# Plusieurs niveaux, plusieurs géométries

---

**géométrie perceptive ► géométrie instrumentée ► géométrie déductive**



Cycle 1

Cycle 3

## **Les objectifs :**

- Apprendre à se passer de manipuler
- Passer d'un cadre réel à une représentation
- Passer de la perception à la compréhension

# Les niveaux d'analyse des espaces

---

## Les différents types d'espaces du domaine sensible

- Le **micro-espace** : espace proche, manipulation possible ;
- Le **méso-espace** : espace des déplacements dans un domaine contrôlé par la vue (préau, cour, salle de classe).
- Le **macro-espace** : espace éloigné (espace de la ville visible depuis la cour de récréation) qui n'est accessible à l'élève que par une vision locale (les immeubles éloignés ne sont vus que sur une face).

# Difficultés : quelques exemples

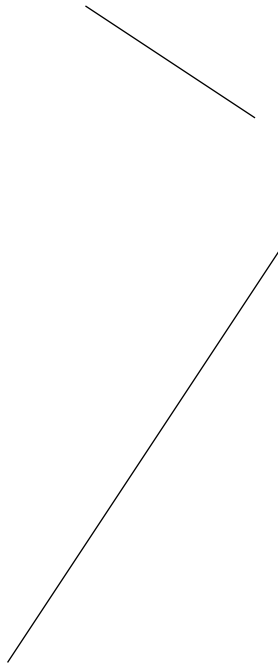
---

- Des connaissances spatiales aux connaissances géométriques
  - difficultés liées aux connaissances spatiales
  - difficultés liées à la particularité ou à la prégnance des images prototypes
  - difficultés liées aux conceptions construites à partir de l'expérience graphique
  - difficulté pour trancher entre la perception et les propriétés géométriques
- La démonstration en géométrie, des difficultés spécifiques

# Quelques exemples

---

Un exemple illustrant les difficultés conceptuelles auxquelles peut se trouver confronté un élève de cycle 3 :



***Ces deux droites sont-elles perpendiculaires ?***

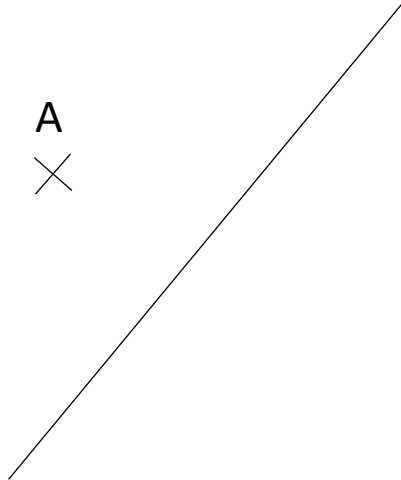
Comme la plupart de ses camarades, il a répondu négativement « car elles ne se coupent pas en faisant un angle droit ». Avec quelques élèves, l'enseignant argumente que les droites se coupent bien puisqu'on peut prolonger « aussi loin qu'on veut » les traits qui les représentent.

La plupart des élèves expriment leur scepticisme : « Si on prolonge, c'est oui, mais si on ne prolonge pas, c'est quand même non ! », l'élève concerné ajoutant : « De toute façon, tu ne peux pas prolonger aussi loin que tu veux, car tu seras arrêté par le sol de la classe... ».

# Quelques exemples

---

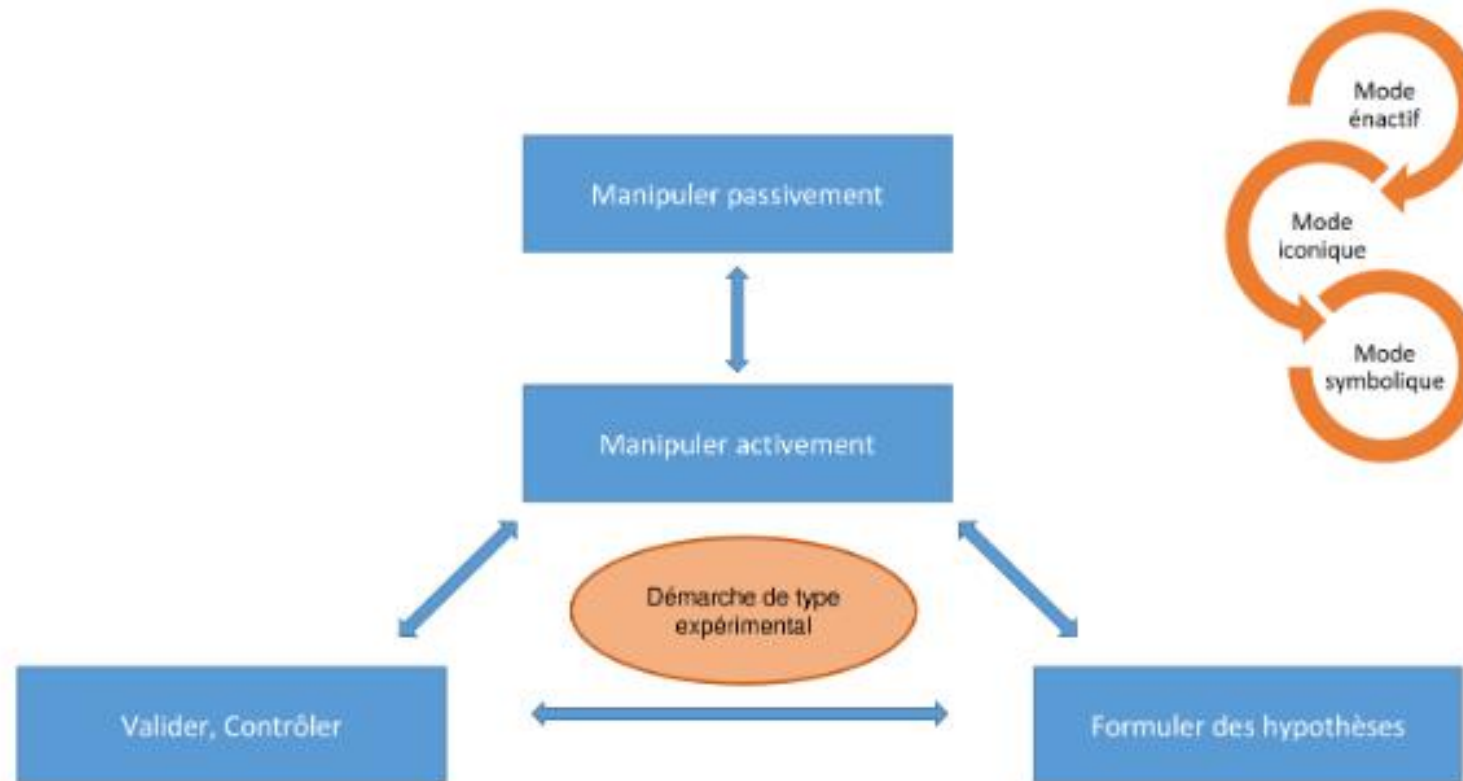
Un exemple illustrant les difficultés conceptuelles auxquelles peut se trouver confronté un élève de cycle 3 :



*Complète, sur ta feuille, le dessin suivant pour que celui-ci représente les rails d'une voie ferrée sur une portion bien droite, le deuxième rail étant fixé au point A.*

Cet élève intervient pour dire que ce trait ne peut pas être le dessin d'un rail, car « un rail, c'est plus épais que ça ».

# Triptyque : manipuler, verbaliser, abstraire



Document extrait du [M@gistère](#) conçu par M.C. Croset et M.L. Gardes.



# Apprendre la géométrie... c'est en « faire » !

---

C'est :

- résoudre des problèmes en développant un raisonnement
  - faire des prévisions
  - anticiper le résultat d'une action
  - émettre des hypothèses, faire des essais
  - les valider, les invalider
  - trouver des mots pour dire
- s'entraîner
- apprendre et retenir

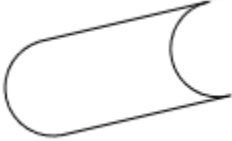
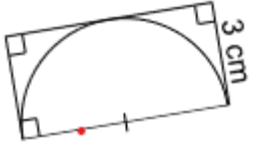

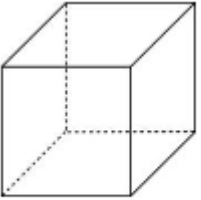
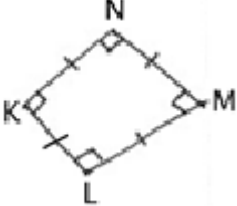
# Les différents types de problèmes

---

- Problème de **reconnaissance de relation**
- Problème de **production d'objet** (objet dont l'existence est assurée)
- Problème d'**existence d'objet**
- Problème de **recherche de toutes les solutions** (problèmes de lieux géométriques : exhaustivité ou universalité)

# Ressource Eduscol : Espace et géométrie au cycle 3

## Compétences mathématiques :

<p>Chercher</p> 	<p>Raisonner</p> 
<p>Modéliser</p> 	<p>Calculer</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>Tracer un triangle ABC ayant un périmètre de 17 cm tel que  <math>AB = 5 + \frac{3}{10}</math> cm et <math>AC = 6 + \frac{5}{10}</math> cm.</p> </div>
<p>Représenter</p> 	<p>Communiquer</p> 

## Ressource Eduscol : Espace et géométrie au cycle 3

---

Différents types de tâches en géométrie :

- Reconnaître (ex : jeu de Kim, jeu de loto, trier des formes)
- Nommer (ex : jeu du portrait)
- Vérifier
- Décrire
- Reproduire (ex : tangram)
- Représenter
- Construire (ex : suivre un programme de construction)

# Ressource Eduscol : Espace et géométrie au cycle 3

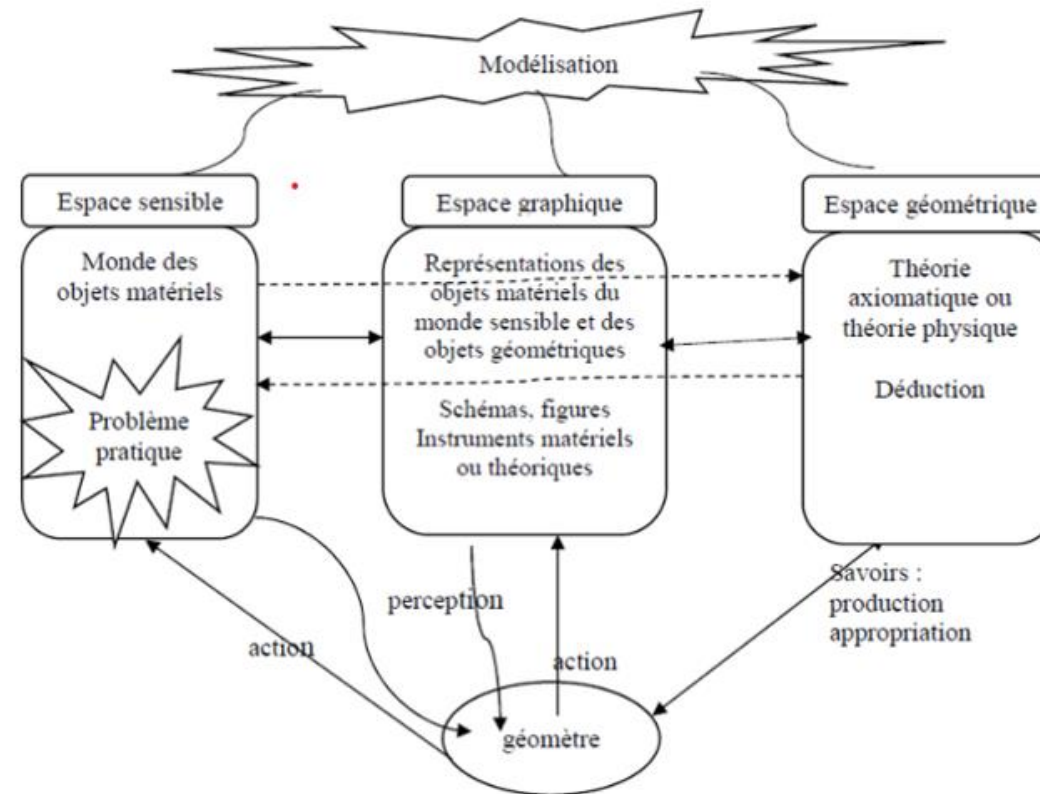
---

Exemples de situations d'apprentissage :

- la géométrie flash
- les solides
- les quadrilatères
- les programmes de construction
- activités sur le cube

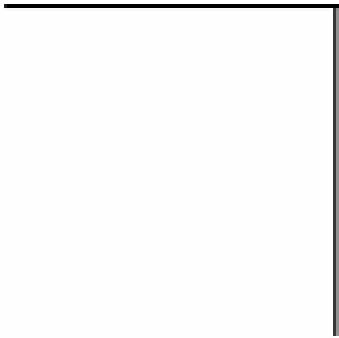
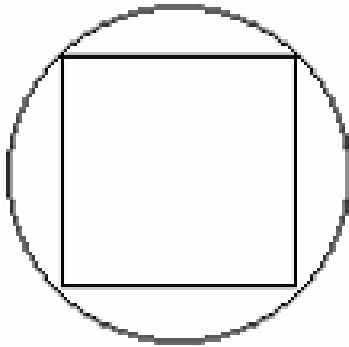
# Le dessin en géométrie (représenter)

Une complication : trois espaces en géométrie



# Le dessin en géométrie

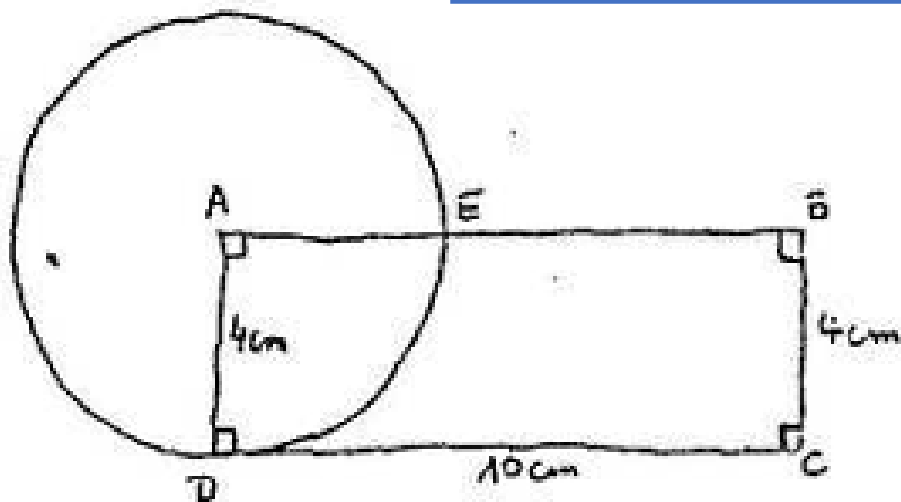
---



**Consigne :**

Voici une figure composée d'un carré et d'un cercle. Vous devez la reproduire, la figure est déjà commencée : deux côtés du carré sont déjà tracés.

# Le dessin en géométrie



## Consigne :

Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Les mesures réelles sont en centimètres.

Ce cercle coupe le segment AB] au point E.

Trouve la longueur du segment EB].

Réponses obtenues	Résultats des élèves
Réponse attendue : 6 ou 6 cm avec ou sans explication	25 %
Longueur mesurée sur le dessin (environ 3,6 cm)	40 %
Autres réponses	25 %
Non réponses	10 %

Extrait d'un article de C. Houdement et Alain Kuzniak pour Hal, 2006,  
<https://shs.hal.science/halshs-00858709>

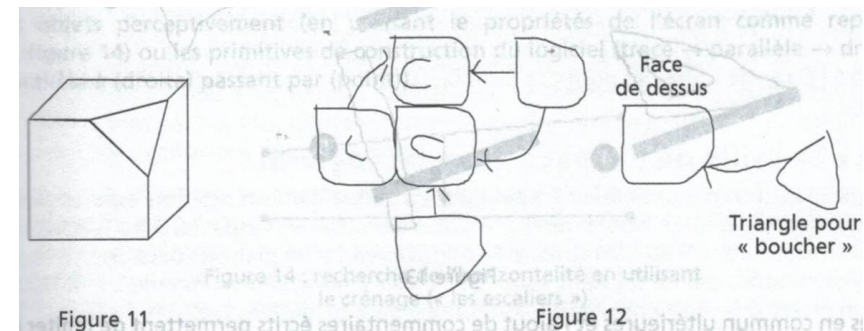


# Le dessin en géométrie

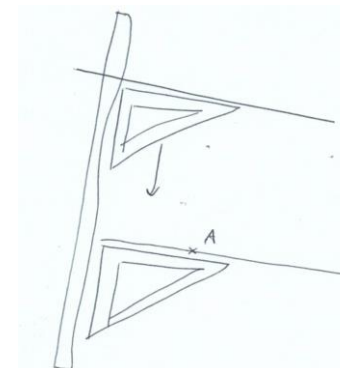
Dessin à main levée :

- Comme outil de communication ou de mémorisation
- Comme outil de modélisation

Ex : cube tronqué



- Comme aide à l'institutionnalisation et au changement de registre



# Visualisation et géométrie

---

- Une finalité de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire :  
« voir une figure »
- Contrôle des propriétés de figures géométriques :

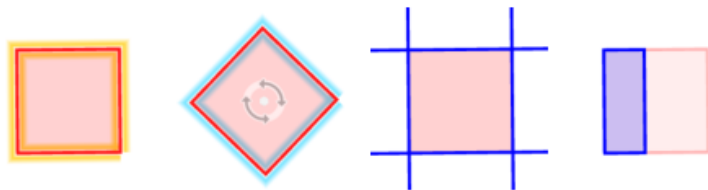


- Articulation des connaissances de ces propriétés géométriques avec celles sur les instruments

# Passer d'une visualisation iconique à une visualisation non iconique : regarder pour apprendre autrement

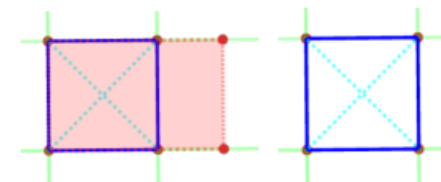
## Visualisation iconique

- forme globale : ressemblance du contour fermé ;
- descente en dimension ;
- non-discrimination des sous-constituants ;
- pas de propriétés à l'intérieur de la forme.



## Visualisation non-iconique

- identification de sous-constituants (*unités figurales*) ;
- reconstruction par assemblage : instruments ou propriétés ;
- remontée en dimension.



# Activité permettant d'entrer dans une visualisation non iconique

Ex : reproduire un dessin

## Pour le soutien

<https://eduscol.education.fr/document/49763/download>

Séance de soutien – Fiche professeur

Session : Apprendre à analyser et à construire des figures planes

Détecter l'invisible pour reproduire une figure plane

Séance 1

Repères pour identifier les élèves auxquels la session, dans laquelle s'inscrit cette séance, peut bénéficier

D'après les résultats des évaluations nationales en début de 6<sup>e</sup> en 2022, seuls 38 % des élèves ont obtenu le niveau satisfaisant dans le domaine de l'espace et géométrie.

Le groupe « de soutien » peut être constitué d'un nombre limité d'élèves identifiés « à besoins » ou « fragiles » lors des évaluations nationales, dans le domaine de l'espace et géométrie. Un effectif réduit permettra que les enseignants puissent leur consacrer davantage de temps au cours de la séance, de façon adaptée à leurs besoins.

## Pour l'approfondissement

<https://eduscol.education.fr/document/49760/download>

Séance d'approfondissement – Fiche professeur

Session : Analyser et construire des figures géométriques complexes

Détecter l'invisible pour reproduire une figure complexe

Séance 1

Domaine

« Espace et géométrie » : la réactivation de notions simples permettra une entrée facilitée dans les notions de géométrie de sixième (points, points alignés, droites, segments, carré, diagonale, milieu).

Compétences mathématiques

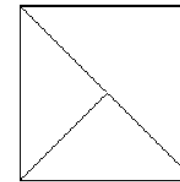
Les activités proposées permettront de développer principalement les compétences « raisonner », « chercher » et « représenter ».

# Activité permettant d'entrer dans une visualisation non iconique

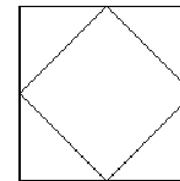
- Ex : reproduire un dessin

## Consigne

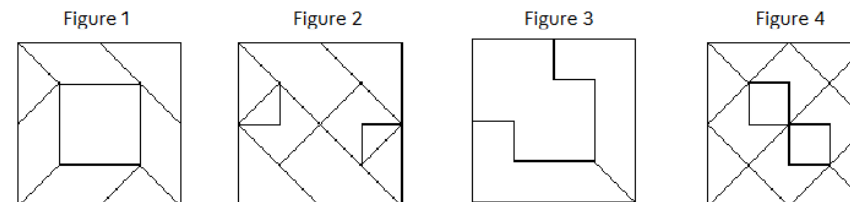
*Phase 1* - Voici une figure. Construire l'agrandissement de la figure en prenant comme contour le carré tracé ci-dessous.



*Phase 2* - Voici une figure. Construire l'agrandissement de la figure en prenant comme contour le carré tracé ci-dessous.

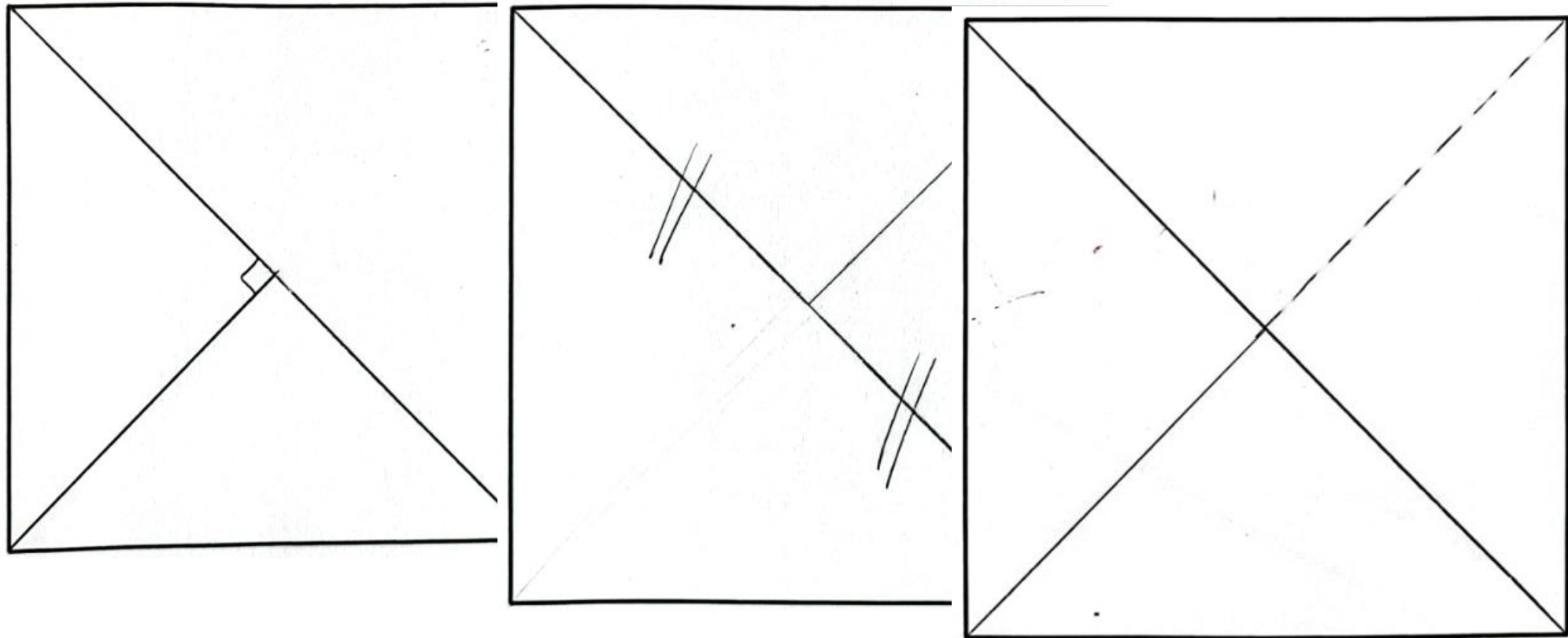


*Phase 3* - Voici quatre figures : construire l'agrandissement d'une figure au choix parmi les quatre figures proposées en prenant comme contour le carré tracé ci-dessous.



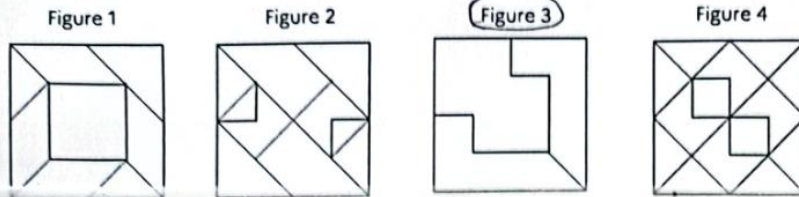
# Activité permettant d'entrer dans une visualisation non iconique

---



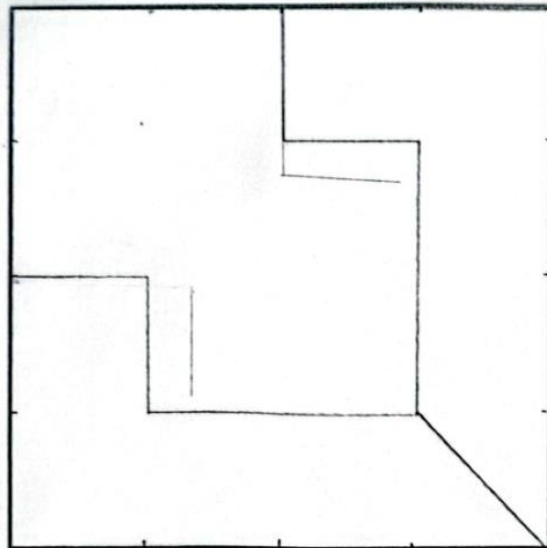
# Activité permettant d'entrer dans une visualisation non iconique

Voici quatre figures :



Phase 3. Figure 3

Construis l'agrandissement de la figure de ton choix parmi les quatre figures proposées en prenant comme contour le carré tracé ci-dessous.

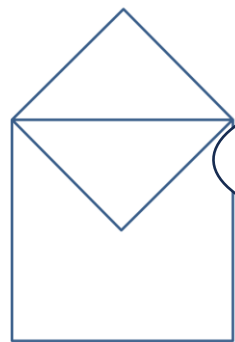


## Vérification

Quand tu le souhaites, tu peux vérifier si ta figure est la même que celle du transparent solution. Si ce n'est pas le cas, écris dans le tableau ci-dessous, à chaque fois que tu vérifies, ce qui ne va pas dans ta figure.

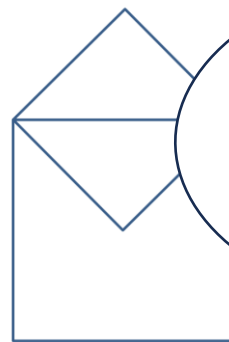
Vérifications	Figure correcte		Explique
	Oui	Non	
1			
2			
3			

# Activité permettant d'entrer dans une visualisation non iconique



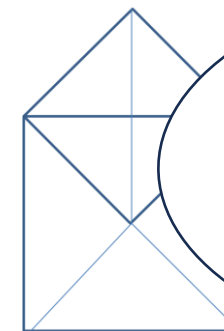
C'est une enveloppe.

**Approche perceptive**



Cette figure est formée de deux carrés, un grand et un petit. Une diagonale du petit carré est l'un des côtés du grand carré.

**Approche discursive**



A partir des « sous-figures » que j'ai mis en évidence, je peux construire un programme de construction selon deux démarches différentes :

- Soit à partir du petit carré (on prolonge deux côtés perpendiculaires)
- Soit à partir du grand carré (deux demi-diagonales puis symétrie...)

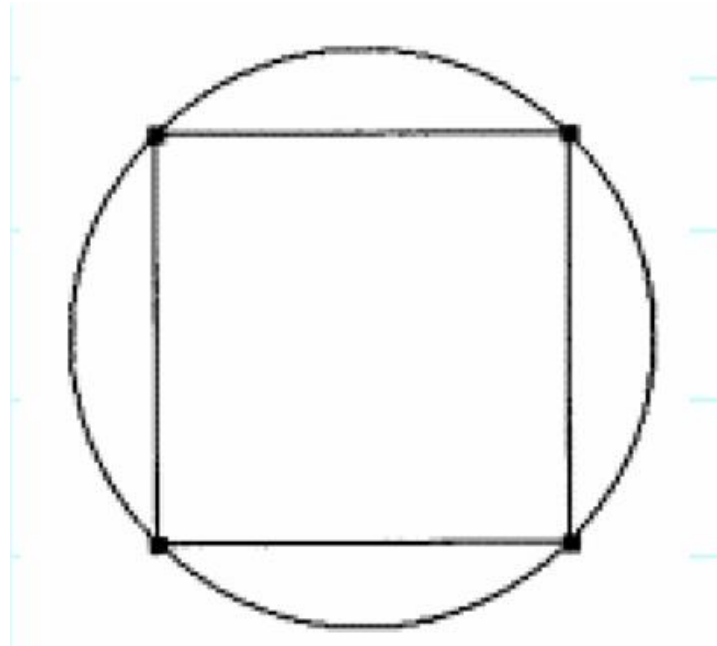
**Approche opératoire**



# Géométrie mentale

---

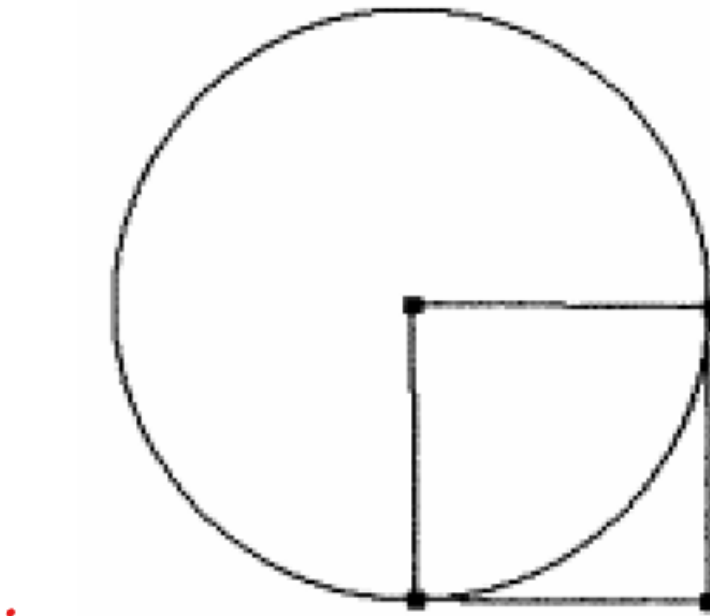
1) La figure est formée d'un cercle et d'un carré. Le cercle passe par les 4 sommets du carré.



# Géométrie mentale

---

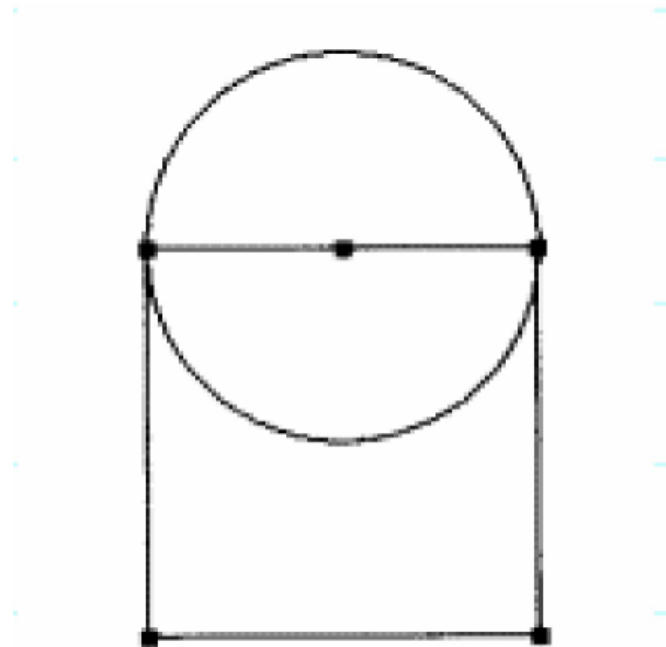
2) La figure est formée d'un cercle et d'un carré. Le cercle a pour centre un sommet du carré et passe par deux sommets du carré.



# Géométrie mentale

---

3) La figure est formée d'un cercle et d'un carré. Le diamètre du cercle est l'un des côtés du carré.



# Géométrie mentale

---

- Objectifs : utiliser des propriétés ; construire des figures complexes à partir de figures simples ; argumenter ses choix
- Notions : propriétés du carré
- Obstacles : représentation
- Différenciation : feuille blanche ou à points ; un texte et plusieurs figures ou l'inverse ; associer texte avec figure
- Vocabulaire : carré ; angle droit ; milieu ; sommet ; cercle ; rayon ; diamètre ; tracer ; reproduire ....

# Géométrie mentale

---

- Qu'est-ce que la géométrie mentale ? C'est ...

[Vidéo de Castel](#)

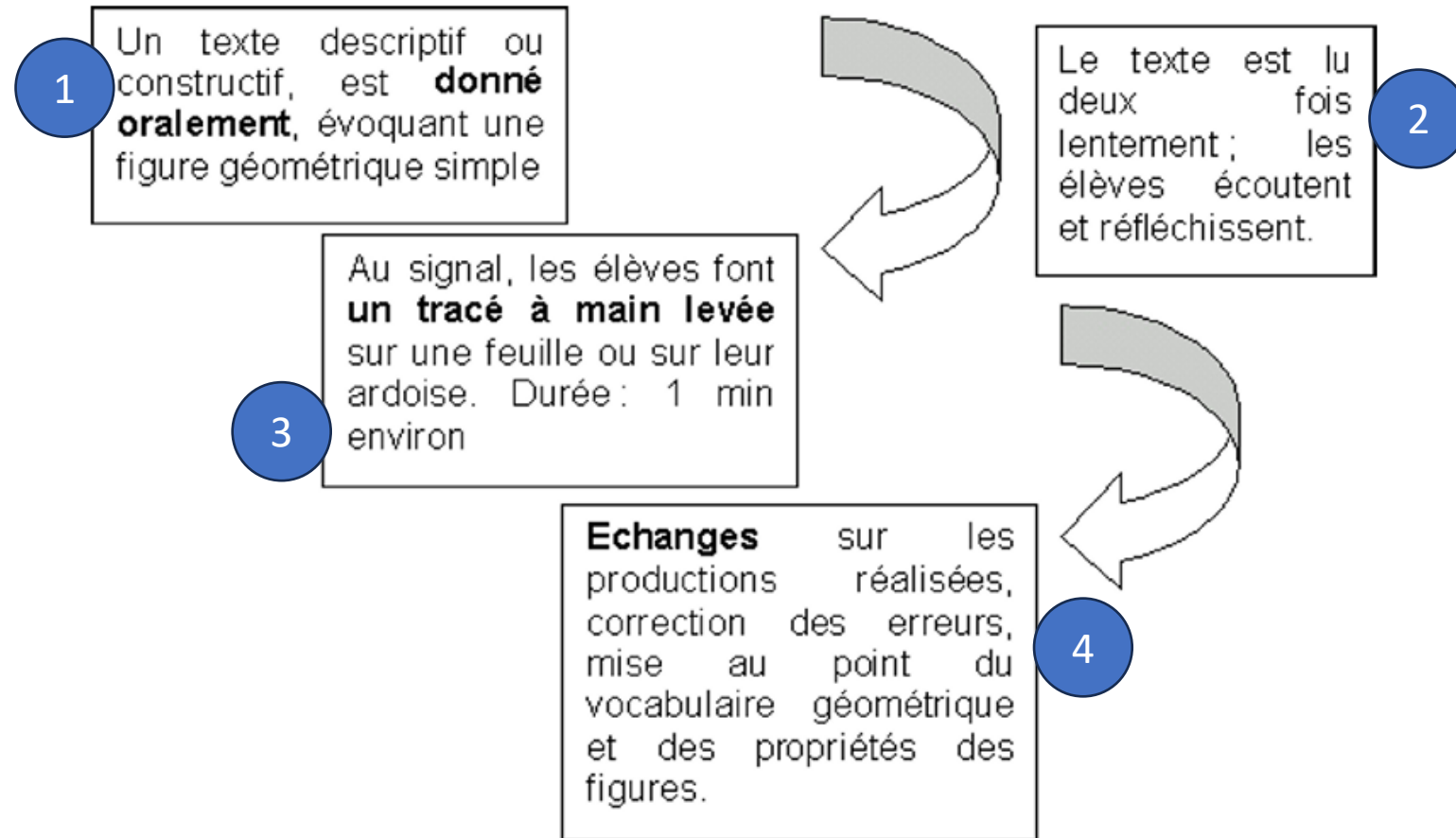
# Géométrie mentale

---

## Objectifs :

- Permettre aux élèves d'envisager mentalement une figure
- Faire utiliser le vocabulaire géométrique en situation
- Favoriser la liaison entre la description d'une figure et sa représentation graphique.
- Montrer l'intérêt du tracé à main levée
- Permettre une prise de conscience des propriétés des figures et une approche de l'argumentation.
- Faire évoluer le statut de la figure géométrique, en dépassant le simple dessin géométrique aux instruments.

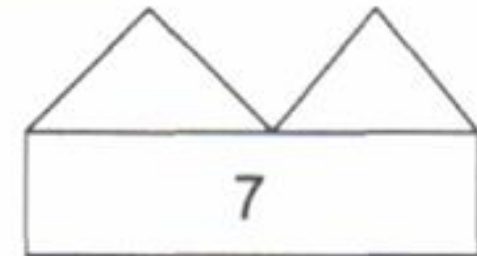
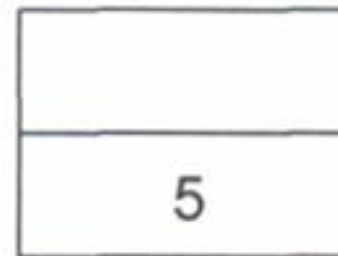
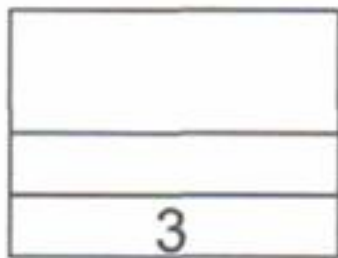
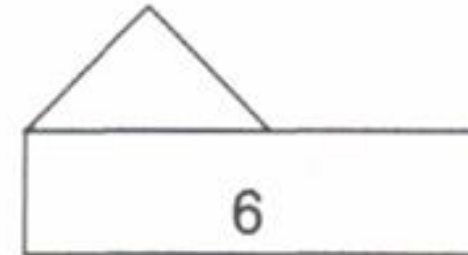
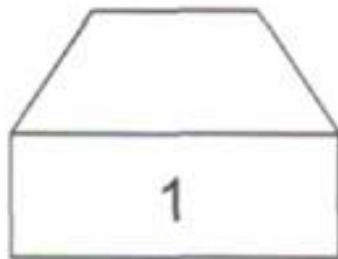
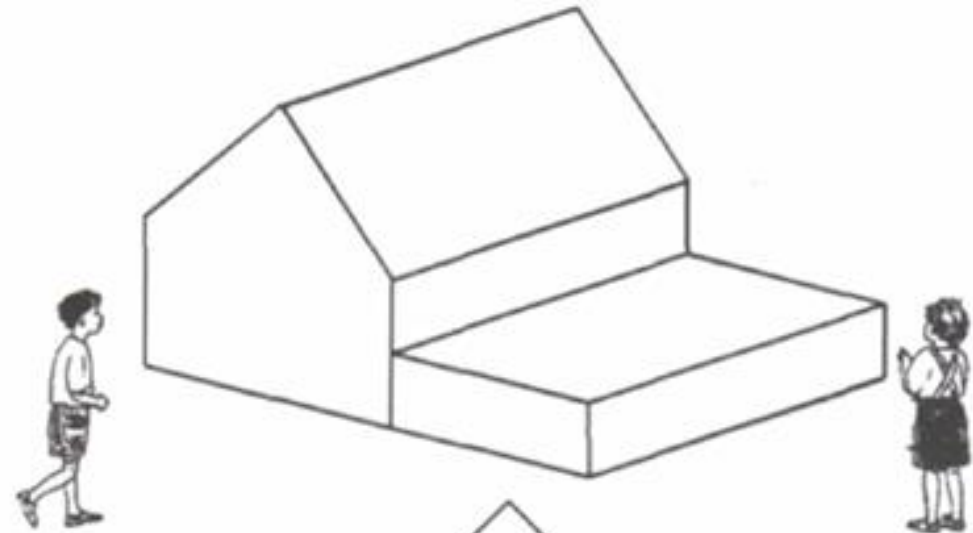
# Comment faire de la géométrie mentale ?



D'après les travaux de J-L Bregeon

# Exemple 1

Quelle façade voit Amandine ?  
Quelle façade voit Jean-Paul ?  
Y a-t-il une autre vue de la maison parmi les 7 proposées ?

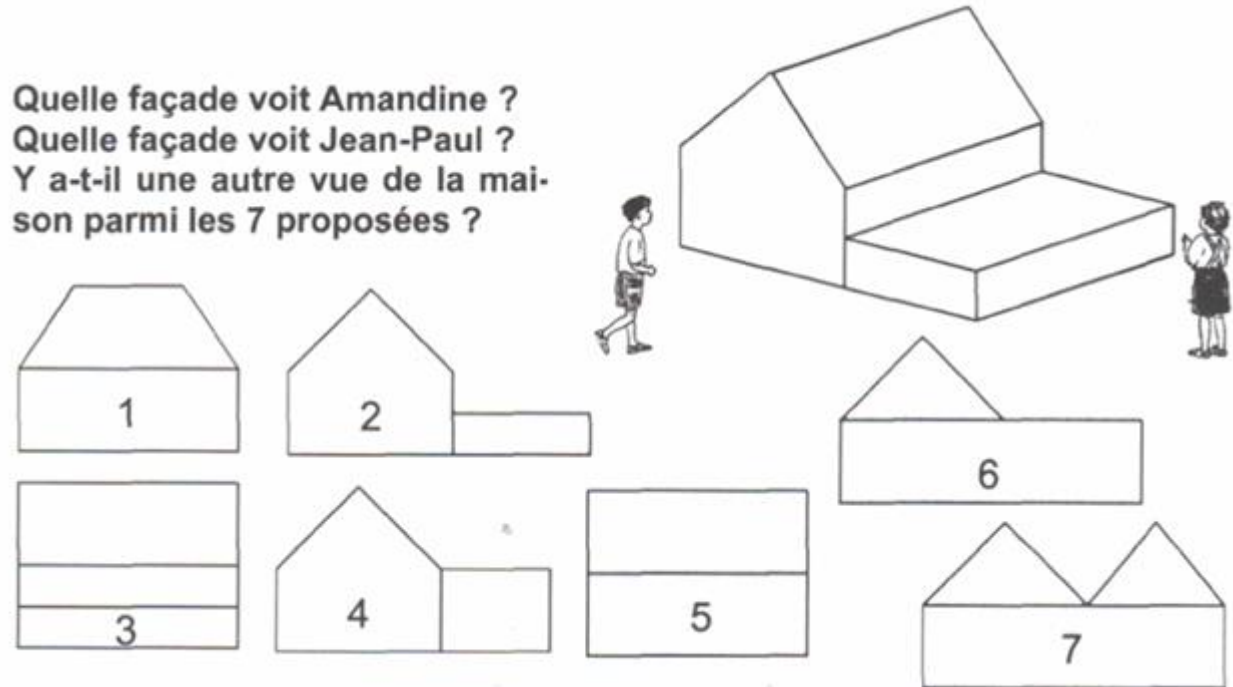




# Exemple 1

- Amandine voit la façade n°3.
- Jean-Paul voit la façade n°2.
- La vue n°5 correspond à la façade opposée à celle vue par Amandine.

Quelle façade voit Amandine ?  
Quelle façade voit Jean-Paul ?  
Y a-t-il une autre vue de la maison parmi les 7 proposées ?



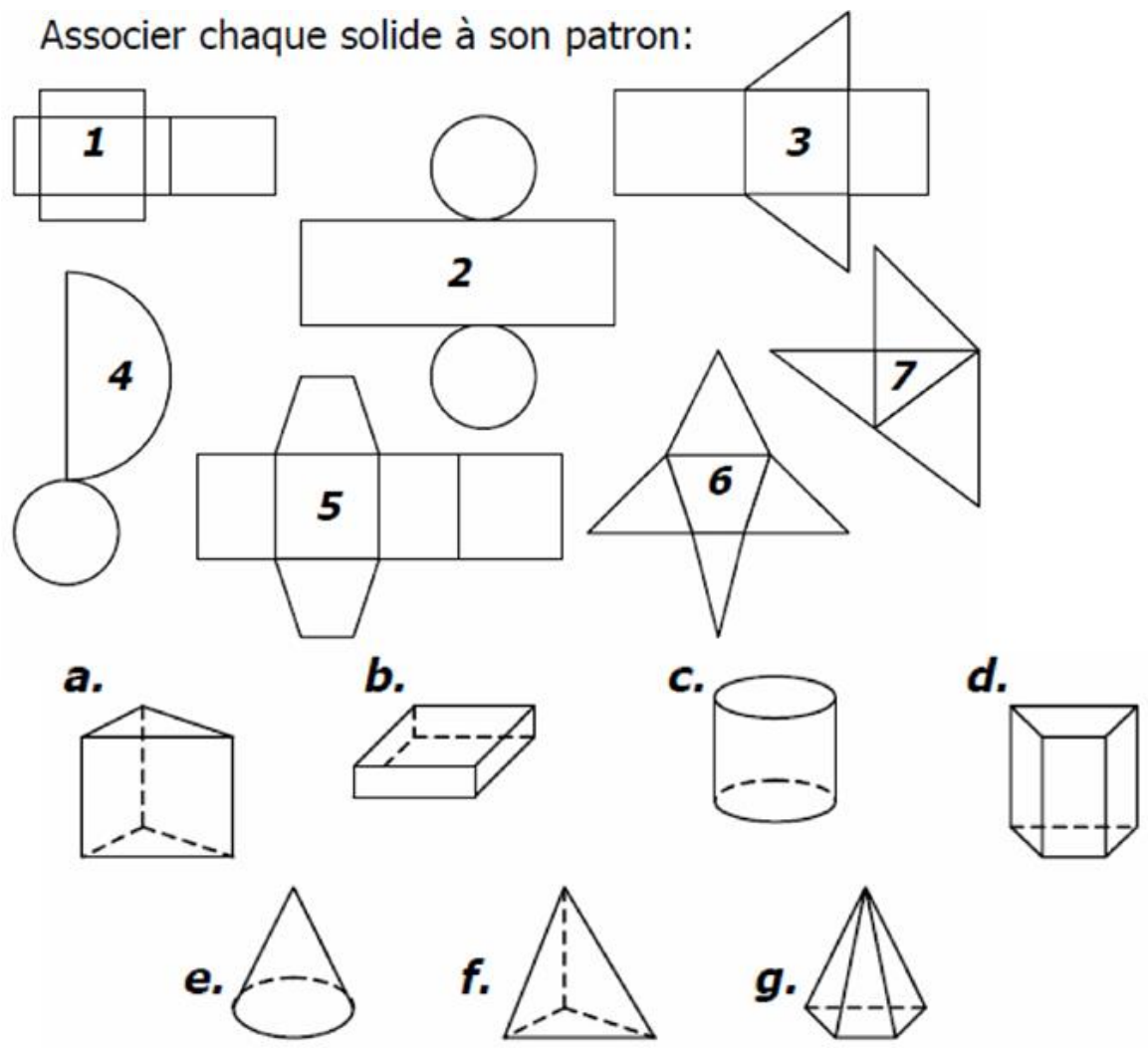
# Exemple 1

---

- Objectifs : imaginer les différentes vues ; argumenter ses choix
- Notions : propriétés de figures ; préhension d'un volume et des caractéristiques
- Obstacles : aucune vision de l'objet
- Différenciation : manipulation de l'objet ; construction en legos
- Vocabulaire : vues de face, de côté, de dessus, de dessous ; arête ; face

# Exemple 2

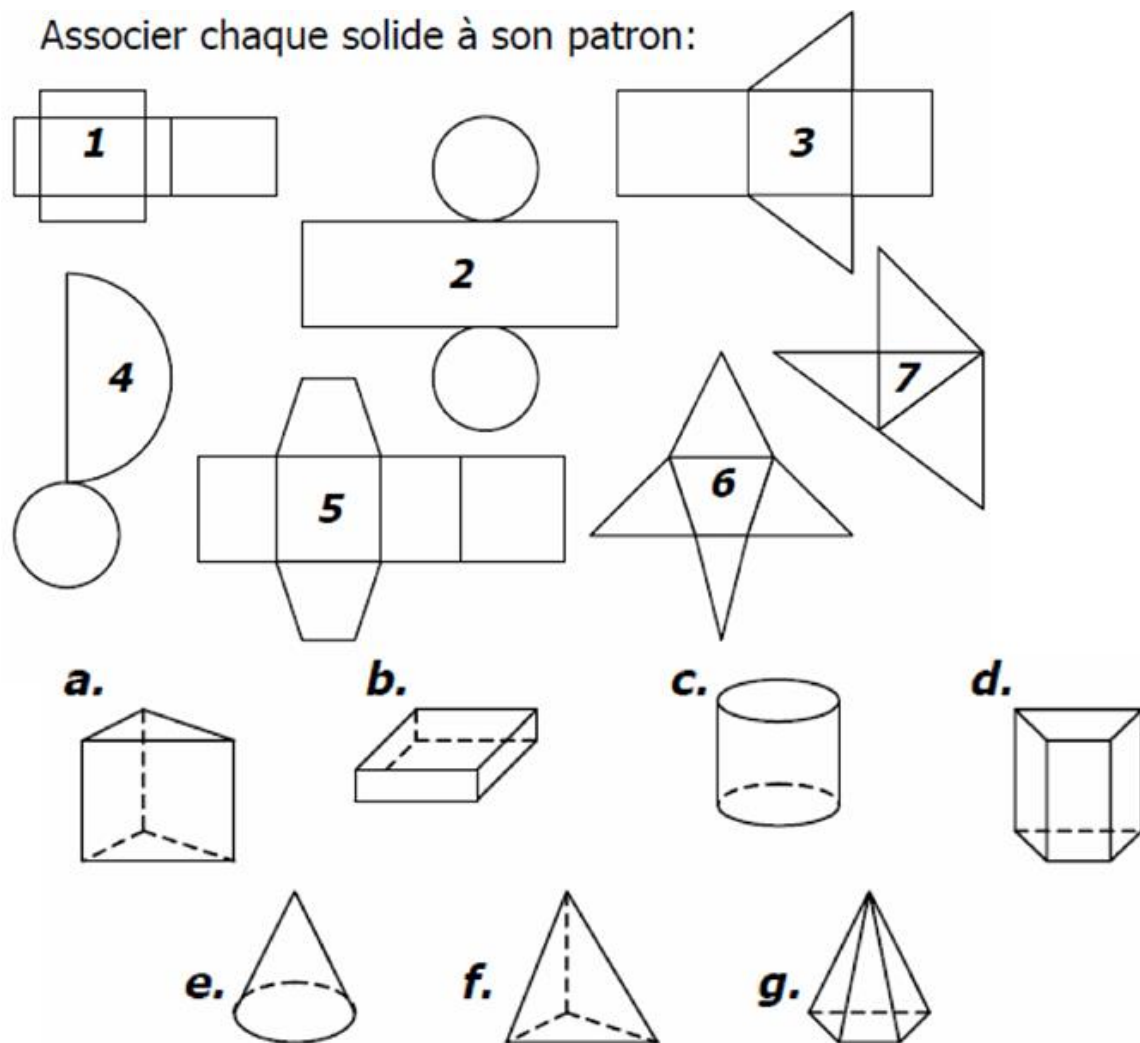
Associer chaque solide à son patron:



PATRON	1	2	3	4	5	6	7
SOLIDE							

# Exemple 2

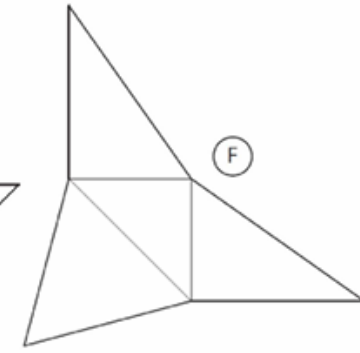
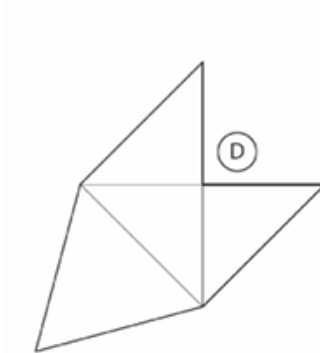
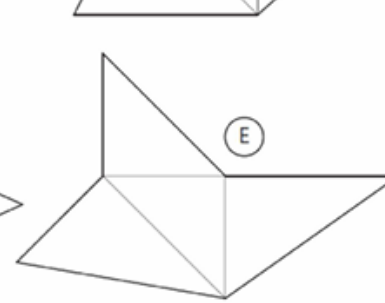
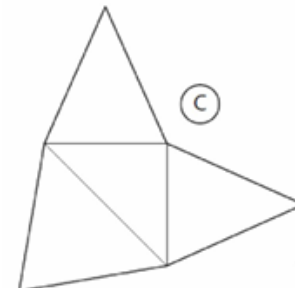
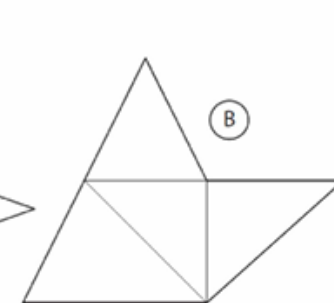
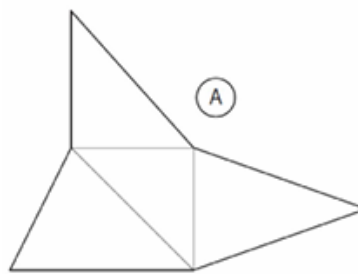
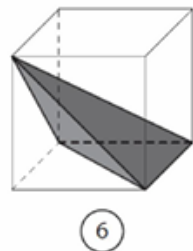
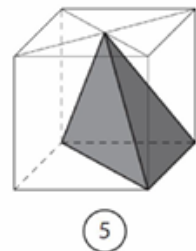
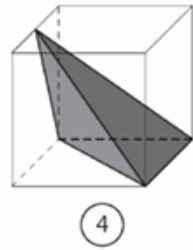
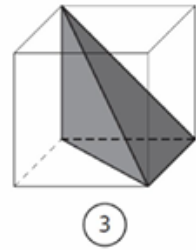
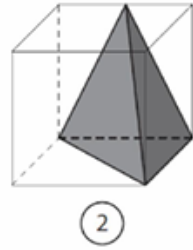
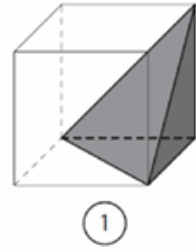
Associer chaque solide à son patron:



<b>PATRON</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>SOLIDE</b>							

<b>PATRON</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>SOLIDE</b>	b	c	a	e	d	g	f

# Exemple 3 : associer à chaque pyramide le bon patron



# Exemples 2 et 3

---

- Objectifs : associer un patron à un volume
- Notions : propriétés des polyèdres ; propriétés de chaque face
- Obstacles : vision pour passer du plan à l'espace
- Différenciation : manipulation ; découpage, pliage, voire reproduction au préalable
- Vocabulaire : polyèdres, arêtes, face, angle, sommet, patron

# Géométrie mentale : Autres exemples

---

1. Trace une ligne courbe ouverte.
2. Trace une ligne courbe fermée.
3. La figure est formée d'une ligne droite et d'un point placé sur la ligne.
4. La figure se compose d'une ligne droite et d'un point placé à l'extérieur de la ligne.
5. La figure se compose d'une ligne droite et de trois points, deux sur la droite et un à l'extérieur de la droite.
6. La figure se compose d'un segment de droite et d'un point placé au milieu du segment.

# Langage et géométrie

---

## **A quel moment de l'apprentissage convient-il d'introduire tel ou tel terme ?**

- Laisser du temps ;
- Ne pas introduire les définitions trop tôt ;
- Laisser évoluer les caractérisations
- Garder des formulations constructives en parallèle des formulations conceptuelles
- Les caractérisations et même les définitions vont arriver comme des conclusions.
- Idem pour les notations (qui n'aident pas à conceptualiser)



# Ressources

---

- Actes de la COPIRELEM, Nantes, 2013
- Enseigner la géométrie élémentaire – Enjeux, ruptures et continuités d'Anne-Cécile Mathé, Thomas Barrier et Marie-Jeanne Perrin-Glorian, janvier 2020
- Apprentissages géométriques et résolution de problèmes, Hatier Ermel, 2006
- Conférences de Joris Mithalal pour le PNF RMC 2023-2024 (Espace au cycle 1, Espace et géométrie aux cycle 2 et 3)
- <https://padlet.com/sandrinedelaunayCPC/g-om-trie-c2-c3-pt8j3iv9rt398iay/wish/1347231361>
- Valentina Celi, conférence Genève 20 mai 2016